

*Досліджено вплив конструктивної неоднорідності пера лопаток турбомашин на напружено-деформований стан. Встановлено вплив геометричних параметрів порожнини пера на величину максимальних динамічних напружень та зони локалізації в охолоджуваніх лопатках газових турбін. Визначено механізм формування поля динамічних напружень в пері лопатки, спричиненого комплексною дією вібраційного та теплового навантажень*

**Ключові слова:** лопатки турбомашин, геометричні параметри пера, тривимірні скінчені елементи, динамічні напруження

*Исследовано влияние конструктивной неоднородности пера лопаток турбомашин на напряженно-деформованное состояние. Установлено влияние геометрических параметров полости пера на величину максимальных динамических напряжений и зоны локализации в охлаждаемых лопатках газовых турбин. Определен механизм формирования поля динамических напряжений в пере лопатки, вызванного комплексным воздействием вибрационной и тепловой нагрузок*

**Ключевые слова:** лопатки турбомашин, геометрические параметры пера, трехмерные конечные элементы, динамические напряжения

УДК 539.3

DOI: 10.15587/1729-4061.2018.125937

# ВЛИЯНИЕ КОНСТРУКТИВНОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ ПЕРА НА НАПРЯЖЕННО- ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ОХЛАЖДАЕМЫХ ЛОПАТОК ТУРБОМАШИН

**С. А. Моргун**

Кандидат технических наук

Кафедра инженерной механики  
и технологии машиностроенияНациональный университет кораблестроения  
им. адмирала Макарова

пр. Героев Украины, 9, г. Николаев, Украина, 54025

E-mail: serhii.morhun@nuos.edu.ua

## 1. Введение

В современных условиях развития турбостроения преобладающей является тенденция увеличения единичной мощности турбоагрегатов при неперменном условии повышения их экономичности и надежности. Поэтому для обеспечения бесперебойной работы оборудования и снижения затрат на его капитальный ремонт возникает необходимость изучения вибрационных процессов в наиболее ответственных частях турбомашин. Особое внимание должно быть уделено такому высоконагруженному узлу, как лопаточный аппарат, подверженному воздействию нестационарных газодинамических сил. Не менее важным является и тот факт, что с увеличением мощности турбоагрегатов возрастает и температура потока рабочего тела, воздействующего на лопатки турбин.

Вследствие высокой стоимости современных турбомашин и работ по их доводке большое значение имеют методы определения вибрационных характеристик лопаточного аппарата, как наиболее нагруженного узла, еще на стадии проектирования. Поэтому комплексное исследование вынужденных колебаний и НДС лопаточного аппарата с учетом специфики его элементов и их взаимодействия представляет собой серьезную научную и практическую проблему, и, несмотря на интенсивные исследования в этой области [1, 2], остается ряд нерешенных аспектов.

Поэтому, с учетом постоянного увеличения мощности газотурбинных двигателей современных судов и кораблей, задача по исследованию напряженно-деформованного состояния лопаточного аппарата турбомашин является актуальной.

## 2. Анализ литературных данных и постановка проблемы

Вопросы, связанные с рациональным проектированием лопаточного аппарата турбомашин, в современной литературе принято рассматривать на основе метода конечных элементов. Так, в работе [3] при помощи МКЭ исследуются как охлаждаемые, так и не охлаждаемые лопатки турбины, однако недостатком предложенной методики является то, что перо лопатки, а тем более его полость, не могут быть корректно смоделированы двумерными конечными элементами. Это, в свою очередь, снижает достоверность полученных результатов. Поэтому в ряде работ [4–6] используются трехмерные конечно-элементные модели лопаток. Так, в [4] при моделировании пера лопатки применяются четырехузловые конечные элементы оболочечного типа, а для бандажной полки и замковой части – восьмиузловые призматические элементы. При исследовании лопаточных венцов в работе [5] для конечно-элементной аппроксимации

использовались восьмиузловые призматические элементы, а в [6] – четырехузловые элементы секторного типа.

В работах [7, 8] данная проблема также решается с использованием метода конечных элементов, но в [7] не учитывается демпфирование, а в [8] при построении конечно-элементной математической модели лопаточного венца используются конечные элементы типа «тетраэдр», не позволяющие в полной мере учесть все конструктивные особенности, как пера, так и хвостовика лопаток.

Ряд указанных работ [5, 8], направлен на исследование напряженно-деформированного состояния монокристаллических лопаток. Так, в работе [5] рассмотрено поле температурных напряжений в пере лопатки, однако при этом не учитывается неравномерность нагрева самого пера по высоте. В работе [8] приведены эквивалентные напряжения, возникающие в компрессорной лопатке под действием вибрационной нагрузки. Однако для исследуемых в данной работе лопаток судовых газотурбинных двигателей из жаропрочных сплавов на никелевой основе технология получения монокристалла не разработана в достаточной степени для внедрения в производство. Поэтому расчетные данные, приведенные в работах [5, 8], не могут быть взяты за основу при исследовании напряженно-деформированного состояния лопаток судовых газовых турбин.

Методика экспериментального исследования напряженно-деформированного состояния рабочих лопаток турбомашин является менее достоверной, так как в процессе проведения эксперимента всегда присутствуют неустраняемые системные погрешности самой экспериментальной установки и измерительной аппаратуры [9].

### 3. Цель и задачи исследования

Целью данной работы является исследование влияния конструктивной неоднородности пера лопатки на ее напряженно-деформированное состояние, вызванное комплексным воздействием вибрационной и тепловой нагрузок.

Для достижения цели исследования поставлены следующие основные задачи:

- разработать на основе МКЭ уточненную математическую модель напряженно-деформированного состояния конструктивно неоднородных рабочих лопаток турбомашин;
- исследовать влияния различных конструктивных параметров пера лопаток на расположение зон локализации, а также величину максимальных динамических напряжений в них;
- сравнить полученные расчетные данные с результатами численного эксперимента для подтверждения адекватности примененной методики расчета.

### 4. Материалы и методы исследования напряженно-деформированного состояния охлаждаемых лопаток турбомашин

Рассматривается трехмерная модель охлаждаемой рабочей лопатки турбины несимметричного переменного поперечного сечения, закрепленная на диске радиуса  $R$  (рис. 1).

Лопатка расположена в прямоугольной системе координат  $xyz$  с началом в центре основания хвостовика, кото-

рая вращается вместе с лопаткой с угловой скоростью  $\Omega$ . Ось  $z$  направлена по радиусу от оси вращения ротора турбины, а ось  $x$  – параллельна оси вращения.

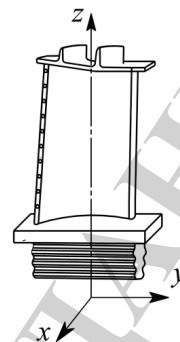


Рис. 1. Трехмерная модель охлаждаемой рабочей лопатки турбины

Колебания трехмерной конечно-элементной модели твердого тела могут быть описаны при помощи вариационного принципа Лагранжа II рода [10–13]:

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) = 0, \quad i = (1, \dots, n), \quad (1)$$

где  $L = \Pi - T$  – функция Лагранжа;  $\Pi$  – потенциальная энергия деформации элемента;  $T$  – кинетическая энергия колебаний элемента;  $q_i$  – обобщенная координата  $i$ -го узла;  $n$  – число узлов элемента.

На основе зависимостей, приведенных в работе [11, 13], потенциальная энергия деформации конечно-элементной модели вычисляется так:

$$\Pi = \frac{1}{2} \iiint_V \epsilon^T D_e \epsilon dV = \frac{1}{2} \iiint_V B^T D B dV = \frac{1}{2} (\delta^T K \delta), \quad (2)$$

где  $K$  – матрица жесткости рассматриваемого конечного элемента;  $\delta$  – вектор обобщенных перемещений узлов конечно-элементной модели.

Кинетическая энергия определяется следующим образом:

$$T = \frac{1}{2} \iiint_V \rho \delta^T B^T N^T B N \delta dV = \frac{1}{2} (\delta^T M \delta), \quad (3)$$

где  $M$  – матрица масс рассматриваемого конечного элемента.

#### 4. 1. Описание конечных элементов, моделирующих перо лопатки турбины

Следует отметить, что конструкция пера лопатки, являющаяся сложной пространственной криволинейной поверхностью. Поэтому его корректное моделирование при помощи конечных элементов представляет особый интерес. Остальные конструктивные части лопатки, такие как хвостовик, полка и бандажи вполне удовлетворительно могут быть описаны стандартным набором восьмиузловых призматических конечных элементов, имеющихся в библиотеках таких программ как ANSYS, Mathcad и т. д. [14].

Рассматриваемый конечный элемент имеет свою локальную систему координат  $\xi, \zeta, \eta$  (рис. 2).

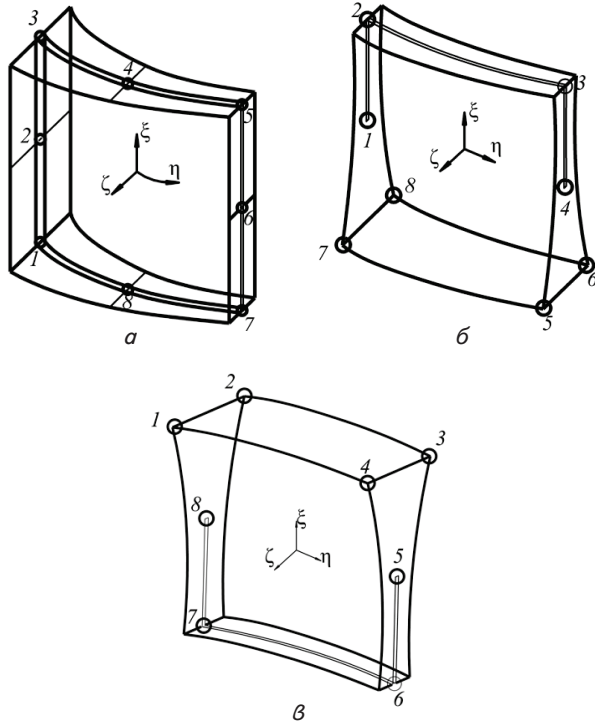


Рис. 2. Модификации трехмерного конечного элемента: а – криволинейный конечный элемент для моделирования пера лопатки; б – элемент перехода «перо лопатки – хвостовик»; в – элемент перехода «бандажная полка – перо лопатки»

Переход от глобальной системы координат к локальной может быть представлен следующим образом:

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \sum N_i(\xi, \eta) \frac{1+\xi}{2} \begin{Bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{Bmatrix} + \sum N_i(\xi, \eta) \frac{1-\xi}{2} \begin{Bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{Bmatrix},$$

$$i = (1, 2, \dots, 8), \quad (4)$$

где  $(x, y, z)$  – декартовы координаты элемента;  $(x_i, y_i, z_i)$  – декартовы координаты узла  $i$ ;  $(\xi, \eta, \zeta)$  – криволинейные координаты элемента;  $N_i(\eta, \xi)$  – функции формы рассматриваемого элемента.

В формуле (1) и далее предполагается суммирование по повторяющимся индексам. Функции формы для рассматриваемого конечного элемента приведены в зависимостях (5):

$$N_1 = \frac{1}{4}(1-\eta)(1-\xi)(-\xi-\eta-1); \quad N_2 = \frac{1}{2}(1-\eta)(1-\xi^2);$$

$$N_3 = \frac{1}{4}(1-\eta)(1+\xi)(\xi-\eta-1); \quad N_4 = \frac{1}{2}(1-\eta^2)(1+\xi);$$

$$N_5 = \frac{1}{4}(1+\eta)(1+\xi)(\xi+\eta-1); \quad N_6 = \frac{1}{2}(1+\eta)(1-\xi^2);$$

$$N_7 = \frac{1}{4}(1+\eta)(1+\xi)(-\xi+\eta-1); \quad N_8 = \frac{1}{2}(1-\eta^2)(1-\xi). \quad (5)$$

Обобщенные перемещения элемента в направлениях  $x, y, z$  могут быть определены с учетом зависимостей (4) и (5):

$$u = \sum N_i(\eta, \xi) u_i + \sum N_i(\eta, \xi) \frac{h_i}{2} (\mathbf{v}^1 \alpha_i^1 - \mathbf{v}^2 \alpha_i^2),$$

$$(i = 1, 2, \dots, 8), \quad (6)$$

где  $u_i$  – вектор перемещений  $i$ -го узла конечного элемента;  $h_i$  – толщина элемента в месте расположения узла  $i$ ;  $\mathbf{v}^1$  и  $\mathbf{v}^2$  – ортонормированные векторы, образующие с единичным вектором нормали к срединной поверхности правый орт в узле  $i$ ;  $\alpha^1$  и  $\alpha^2$  – углы поворота нормали в узле  $i$  относительно векторов  $\mathbf{v}^1$  и  $\mathbf{v}^2$ .

Вектор обобщенных перемещений всей конечно-элементной модели пера лопатки формируется следующим образом:

$$\delta = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_m \end{Bmatrix}, \quad (7)$$

где  $m$  – общее число конечных элементов, формирующих модель лопатки.

#### 4. 2. Влияние вибрационной нагрузки на формирование поля перемещений лопатки турбины

Поле динамических напряжений в пере лопатки образуется под воздействием как вибрационных, так и тепловых нагрузок [10, 12, 13]. Рассмотрим сначала влияние вибрационных нагрузок на формирование поля перемещений пера лопатки турбины.

Уравнение вынужденных колебаний рассматриваемой лопатки при возбуждении  $k$ -ой гармоникой возмущающей силы имеет вид:

$$[M] \left\{ \frac{d^2 \delta}{dt^2} \right\} + [C] \left\{ \frac{d \delta}{dt} \right\} + [K] \{\delta\} = \{F\}, \quad (8)$$

где  $C$  – матрица демпфирования;  $\delta$  – вектор обобщенных перемещений узлов конечно-элементной модели пера лопатки;  $F$  – вектор возмущающих газодинамических сил.

Методика определения газодинамических нагрузок, действующих в проточной части турбины приведена в работах [15].

Решение системы уравнений (8) ищем следующим образом:

$$\delta_j = a_j^1 \cos k\Omega t + a_j^2 \sin k\Omega t, \quad (j = 1, 2, \dots, n, k = 1, \dots, g), \quad (9)$$

где  $g$  – число гармоник возмущающей силы;  $n$  – число узлов секции.

Для определения амплитуд вынужденных колебаний  $a_j^1$  и  $a_j^2$  необходимо решить систему уравнений, образующуюся путем подстановки (8) в (9):

$$M_{ij} (a_j^{(1)} \cos k\Omega t + a_j^{(2)} \sin k\Omega t)'' +$$

$$+ C_{ij} (a_j^{(1)} \cos k\Omega t + a_j^{(2)} \sin k\Omega t)' +$$

$$+ K_{ij} (a_j^{(1)} \cos k\Omega t + a_j^{(2)} \sin k\Omega t) =$$

$$= F_i^{(1)} \cos k\Omega t + F_i^{(2)} \sin k\Omega t, \quad (i, j = 1, 2, \dots, n), \quad (10)$$

Здесь и далее индексы (1) и (2) обозначают амплитуды при  $\cos k\Omega t$  и  $\sin k\Omega t$  соответственно.

В результате получаем следующие системы уравнений при  $\cos k\Omega t$  (11) и при  $\sin k\Omega t$  (12):

$$\begin{aligned}\Lambda_{11}a_1^{(1)} + \Lambda_{10}a_0^{(1)} + \Lambda_{12}a_2^{(1)} + \Psi_{11}a_1^{(2)} + \Psi_{10}a_0^{(2)} + \Psi_{12}a_2^{(2)} &= F_1^{(1)}; \\ \Lambda_{01}a_1^{(1)} + \Lambda_{00}a_0^{(1)} + \Lambda_{02}a_2^{(1)} + \Psi_{01}a_1^{(2)} + \Psi_{00}a_0^{(2)} + \Psi_{02}a_2^{(2)} &= F_0^{(1)}; \\ \Lambda_{21}a_1^{(1)} + \Lambda_{20}a_0^{(1)} + \Lambda_{22}a_2^{(1)} + \Psi_{21}a_1^{(2)} + \Psi_{20}a_0^{(2)} + \Psi_{22}a_2^{(2)} &= F_2^{(1)},\end{aligned}\quad (11)$$

$$\begin{aligned}-\Psi_{11}a_1^{(1)} - \Psi_{10}a_0^{(1)} - \Psi_{12}a_2^{(1)} + \Lambda_{11}a_1^{(2)} + \Lambda_{10}a_0^{(2)} + \Lambda_{12}a_2^{(2)} &= F_1^{(2)}; \\ -\Psi_{01}a_1^{(1)} - \Psi_{00}a_0^{(1)} - \Psi_{02}a_2^{(1)} + \Lambda_{01}a_1^{(2)} + \Lambda_{00}a_0^{(2)} + \Lambda_{02}a_2^{(2)} &= F_0^{(2)}; \\ -\Psi_{21}a_1^{(1)} - \Psi_{20}a_0^{(1)} - \Psi_{22}a_2^{(1)} + \Lambda_{21}a_1^{(2)} + \Lambda_{20}a_0^{(2)} + \Lambda_{22}a_2^{(2)} &= F_2^{(2)},\end{aligned}\quad (12)$$

где  $\Psi_{ij} = k\Omega C_{ij}$ , а  $\Lambda_{ij} = K_{ij} - (k\Omega^2)M_{ij}$ ;  $\Lambda_{11}$ ,  $\Lambda_{01}$ ,  $\Lambda_{21}$  и т. д. – блоки динамической матрицы жесткости, соответствующей степеням свободы входной кромки (индекс 1), средней части (индекс 0) и выходной кромки (индекс 2) пера лопатки. Аналогично и для динамической матрицы демпфирования  $\Psi$ ;  $a_1^{(1)}$ ,  $a_0^{(1)}$ ,  $a_2^{(1)}$  и т. д. – амплитуды вынужденных колебаний узлов, находящихся на входной кромке, в средней части и на выходной кромке (индексы 1, 0, 2) соответственно, возбуждаемых газодинамической силой.

Объединяя (11) и (12), получим разрешающую систему уравнений в матричном виде:

$$[S] \begin{Bmatrix} a_1^{(1)} \\ a_0^{(1)} \\ a_2^{(1)} \\ a_1^{(2)} \\ a_0^{(2)} \\ a_2^{(2)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1^{(1)} \\ F_0^{(1)} \\ F_2^{(1)} \\ F_1^{(2)} \\ F_0^{(2)} \\ F_2^{(2)} \end{Bmatrix}.\quad (13)$$

Матрица  $S$  формируется на основе зависимостей (11) и (12).

#### 4.3. Определение поля температур пера лопатки турбины

Задача по определению теплового поля трехмерной математической модели твердого тела при конвективном теплообмене с учетом отсутствия внутренних источников тепла сводится к решению следующего вариационного уравнения [16]:

$$\delta J_T = 0.$$

Учитывая то, что лопатка рассматривается в декартовой системе координат, температурный функционал может быть вычислен следующим образом:

$$\begin{aligned}J_T &= \frac{1}{2} \int_V \lambda \left[ \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 \right] dV + \\ &+ \frac{1}{2} \int_S h (T - T_0)^2 dS,\end{aligned}\quad (14)$$

где  $T$  – температура материала лопатки;  $T_0$  – температура набегающего газового потока;  $\lambda$  – коэффициент

теплопроводности материала лопатки;  $h$  – коэффициент теплообмена.

С учетом конечно-элементной аппроксимации пера лопатки зависимость (14) для каждого конечного элемента будет иметь следующий вид:

$$J_{Te} = \frac{1}{2} \int_{V_e} (T_e)^T B_e^T D B_e T_e dV_e + \frac{1}{2} \int_S h_e (T_e - T_{0e})^2 dS_e,\quad (e = 1, 2, \dots, m),\quad (15)$$

где  $T_e$  – матрица температур материала лопатки в пределах конечного элемента  $e$ ;  $T_{0e}$  – матрица температур набегающего газового потока, контактирующего с поверхностью элемента  $e$ ;  $B_e$  – матрица градиентов для данного элемента;  $D$  – матрица упругости материала лопатки;  $m$  – общее число конечных элементов, формирующих модель лопатки.

Матрица температур любого конечного элемента, моделирующего перо лопатки, определяется так:

$$T_e = NT = \begin{bmatrix} N_i & N_j & \dots & N_n \end{bmatrix}^T \begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \\ \vdots \\ T_n \end{Bmatrix}, \quad (i = 1, 2, \dots, n),\quad (16)$$

где  $T_i, \dots, T_n$  – температуры в узлах рассматриваемого конечного элемента.

#### 4.4. Определение поля динамических напряжений пера лопатки турбины

Для определения компонентов матрицы напряжений воспользуемся зависимостью (2)

Потенциальная энергия деформации лопатки определяется так:

$$\Pi = \frac{1}{2} \iiint_V \left[ \sigma_x (\epsilon_x - \epsilon_{xT}) + \sigma_y (\epsilon_y - \epsilon_{yT}) + \sigma_z (\epsilon_z - \epsilon_{zT}) + \tau_{xy} \gamma_{xy} + \tau_{xz} \gamma_{xz} + \tau_{zy} \gamma_{zy} \right] dxdydz,\quad (17)$$

где  $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_y$ ,  $\epsilon_z$ ,  $\gamma_{xy}$ ,  $\gamma_{xz}$ ,  $\gamma_{zy}$  – компоненты матрицы упругих деформаций;  $\epsilon_{xT}$ ,  $\epsilon_{yT}$ ,  $\epsilon_{zT}$  – компоненты матрицы тепловой деформации.

Матрица тепловой деформации  $\epsilon_T$  определяется на основе зависимостей (15)–(16) и имеет следующую структуру:

$$\epsilon_T = \{\alpha T \quad \alpha T \quad \alpha T \quad 0 \quad 0 \quad 0\}^T,\quad (18)$$

где  $\alpha$  – коэффициент теплового расширения материала лопатки.

Матрица упругих деформаций  $\epsilon$  имеет следующую структуру:

$$\begin{aligned}\{\epsilon\} &= \{\epsilon_x \quad \epsilon_y \quad \epsilon_z \quad \gamma_{xy} \quad \gamma_{xz} \quad \gamma_{yz}\}^T = \\ &= \left\{ \frac{\partial \delta_x}{\partial x} \quad \frac{\partial \delta_y}{\partial y} \quad \frac{\partial \delta_z}{\partial z} \quad \frac{\partial \delta_x}{\partial y} + \frac{\partial \delta_y}{\partial x} \quad \frac{\partial \delta_x}{\partial z} + \frac{\partial \delta_z}{\partial x} \quad \frac{\partial \delta_y}{\partial z} + \frac{\partial \delta_z}{\partial y} \right\}^T,\end{aligned}\quad (19)$$

где  $\delta_x$ ,  $\delta_y$ ,  $\delta_z$  – компоненты вектора обобщенных перемещений  $\delta$  узлов конечно-элементной модели лопатки.



Тогда с учетом (18) и (19) матрица динамических напряжений пера лопатки  $\sigma$  имеет вид:

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} = [D](\{\varepsilon\} - \{\varepsilon_T\}). \quad (20)$$

Использование данной математической модели позволяет проводить исследование распределения динамических напряжений для любой формы колебаний, так как применение зависимостей (9)–(13) позволяет рассматривать любую  $k$ -ую гармонику возмущающей силы.

### 5. Результаты исследования поля динамических напряжений в пере охлаждаемой лопатки турбины

Ниже на рис. 3 приведены зоны локализации динамических напряжений для рассматриваемой охлаждаемой конструктивно неоднородной рабочей лопатки газовой турбины, изготовленной из жаропрочного сплава СМ88У-ВИ при колебании по первой изгибной форме ( $\Omega = 1382$  Гц).



Рис. 3. Зоны локализации напряжений в пере охлаждаемой лопатки при первой изгибной форме колебаний: а – в поперечном сечении полости лопатки; б – со стороны выходной кромки

Исходя из результатов проведенного анализа зон локализации напряжений (рис. 3), характерных для рассмотренной формы колебаний конструктивно неоднородной охлаждаемой лопатки, было установлено, что наибольшие напряжения находятся в районе охлаждающих отверстий по выходной кромке лопатки, а также на внутренней поверхности охлаждающих каналов. (Красный цвет на рис. 3 соответствует максимальной величине

динамических напряжений. Далее все цвета по спектру расположены в порядке убывания величины напряжений. Это может быть объяснено тем, что охлаждающие отверстия являются концентраторами напряжений. Места перехода от стенок канала к поверхности пера лопатки также вызывают наличие концентрации напряжений, так как с технологической точки зрения обеспечить плавность перехода является весьма затруднительным. Поэтому, учитывая расположение зон локализации максимальных напряжений, далее рассмотрим влияние конструктивных элементов полости пера лопатки (рис. 4) и выходной кромки на величину максимальных динамических напряжений в пере.

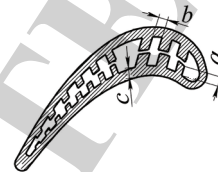


Рис. 4. Поперечное сечение полости пера лопатки

Материал исследуемой лопатки – жаропрочная сталь СМ88У-ВИ (плотность материала  $\rho = 8100$  кг/м<sup>3</sup>, модуль Юнга  $1,79 \cdot 10^6$  МПа, коэффициент Пуассона  $\nu = 0,3$ ) [17]. Для определения адекватности представленной математической модели результаты расчета сравниваются с результатами эксперимента. Методика проведения эксперимента приведена в работе [17].

Рассмотрим влияние толщины пера лопатки  $c$  на величину максимальных динамических напряжений в нем (рис. 5).

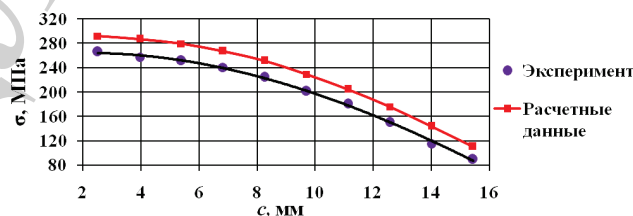


Рис. 5. Зависимость максимальных динамических напряжений от толщины пера лопатки  $c$

Графическая зависимость, приведенная на рис. 5, свидетельствует о снижении напряжений в пере лопатки с возрастанием его толщины. Объяснением этому служит тот факт, что с возрастанием толщины пера соответственно увеличивается и площадь его поперечного сечения.

Ниже в табл. 1, 2 приведены данные, отражающие влияние геометрических параметров стенок охлаждающих каналов на величину максимальных динамических напряжений в пере лопатки.

Таблица 1

Зависимость максимальных динамических напряжений от толщины стенок охлаждающих каналов  $b$

Толщина стенок охлаждающих каналов $b$ , мм	Напряжения $\sigma_{\max}$ , МПа	
	Расчетные данные	Экспериментальные данные
1,5	261,4	256
2,0	255,8	247
2,5	241,5	235
3,0	233,2	227

Таблица 2

Зависимость максимальных динамических напряжений от высоты стенок охлаждающих каналов  $a$

Высота стенок каналов $a$ , мм	Напряжения $\sigma_{\max}$ , МПа	
	Расчетные данные	Экспериментальные данные
5,0	284,2	280
8,0	271,9	267
10,0	263,7	256
12,0	252,9	248
15,0	241,4	236

При изучении влияния таких характеристик полости охлаждаемой лопатки, как стенки каналов, целесообразно их рассматривать в качестве системы ребер жесткости стрингерного типа для оболочечной конструкции. Исходя из этого допущения, можно сделать вывод, что увеличение высоты стенок в поперечном сечении приводит к увеличению жесткости пера лопатки и, как следствие, к снижению напряжений в нем (табл. 1).

Увеличение высоты стенок каналов (табл. 2) вызывает снижение напряжений в лопатке, так как в этом случае возрастает и площадь поперечного сечения стенок, что приводит к повышению их жесткости, а, следовательно, и всего пера лопатки.

Однако, как было указано при анализе зон локализации максимальных динамических напряжений в пере лопатки, основными концентраторами напряжений кроме стенок охлаждающих каналов также являются и отверстия для выхода воздуха на выходной кромке лопатки. Данные отверстия могут быть круглыми, квадратными или эллиптическими. Но в данном исследовании ограничимся рассмотрением только круглых отверстий, как наиболее распространенных в практике газотурбостроения.

Ниже в табл. 3 и 4 приведены данные, отражающие влияние диаметра и числа охлаждающих отверстий на величину максимальных динамических напряжений в пере лопатки.

Таблица 3

Зависимость максимальных динамических напряжений от числа охлаждающих отверстий по выходной кромке лопаток  $q$

Число отверстий $q$ , шт	Напряжения $\sigma_{\max}$ , МПа	
	Расчетные данные	Экспериментальные данные
1	254,8	249
2	258,4	253
3	264,6	259
4	269,1	264
5	278,2	271
6	285,5	280
7	291,9	287
8	298,1	294
9	302,5	299
10	308,7	304,5

Таблица 4

Зависимость максимальных динамических напряжений от диаметра охлаждающих отверстий по выходной кромке  $d$

Диаметр отверстий $d$ , мм	Напряжения $\sigma_{\max}$ , МПа	
	Расчетные данные	Экспериментальные данные
1,5	257,6	253
2,0	265,1	260
2,5	276,4	271
3,0	289,5	282
5,0	315,9	306

Анализ табл. 3, 4 свидетельствует о том, что с повышением числа отверстий для выхода охлаждающего воздуха величина максимальных динамических напряжений в пере лопатки возрастает (табл. 3). Это объясняется тем, что с возрастанием числа отверстий снижается жесткость пера лопатки, а, следовательно, увеличивается и величина напряжений в нем. Аналогично может быть объяснено и повышение напряжений в связи с увеличением диаметра отверстий (табл. 4).

#### 6. Обсуждение результатов исследования динамических напряжений в пере охлаждаемой лопатки турбины

Анализ результатов исследования, приведенных в табл. 1–4 свидетельствует о том, что основные зоны локализации динамических напряжений находятся в полости пера лопатки. Причиной этого является его конструктивная неоднородность, вызванная наличием сети охлаждающих каналов. Сами каналы представляют собой криволинейные поверхности сложной пространственной геометрии, моделирование которой является сложной задачей. Поэтому логичным является рассмотрение конечно-элементной модели стенок каналов как стандартных восьмиугольных элементов типа гексаэдр. Основания же каналов моделируются при помощи специально разработанных криволинейных конечных элементов, используемых и для моделирования внешней поверхности пера. Таким образом, исключен разрыв по границам слоев конечных элементов, моделирующих внутреннюю и внешнюю поверхности пера, что является достоинством разработанной математической модели. Особый интерес представляет применение однотипных криволинейных конечных элементов для силового и теплового расчетов. Это позволяет улучшить сходимость решения и, как следствие, повысить достоверность полученных результатов. Однако следует также отметить, что корректное моделирование входной и выходной кромок пера, имеющих большой радиус закругления, при помощи разработанных конечных элементов представляет существенную трудность.

Сравнение полученных расчетных данных с результатами проведенного эксперимента (табл. 1–4) свидетельствует об их высокой достоверности. Методика проведения эксперимента изложена в работе [17]. Поэтому они могут быть применены при разработке и производстве мощных газотурбинных судовых двигателей специализированными предприятиями, такими как, например, ДП НВКГ «Заря» – «Машпроект» (г. Николаев, Украина).

Разработанная математическая модель, а также полученные результаты, отражают влияние конструктивной неоднородности пера лопатки на величину максимальных динамических напряжений в нем, а также зоны их локализации. Таким образом, они являются продолжением исследований колебательных процессов и напряженно-деформированного состояния лопаточного аппарата судовых и стационарных газотурбинных двигателей большой мощности. В дальнейшем данная математическая модель и полученные результаты могут быть приняты за основу при определении напряженно-деформированного состояния лопаточных венцов турбомашин.

## 7. Выводы

1. Удалось определить влияние конструктивной неоднородности пера лопатки на формирование поля динамических напряжений в нем. Установлены зоны локализации данных напряжений, а также их максимальные величины. Результаты исследования указывают на то, что наибольшими концентраторами являются зоны перехода стенок охлаждающих каналов в полость пера лопатки. В этих местах величина максимальных напряжений

находится в пределах 261–284 МПа. Однако эти величины не превышают предела выносливости рассматриваемого материала лопатки. Следовательно, дальнейшие исследования целесообразно проводить в области термоусталости конструкции, вводя в рассмотрение такой параметр материала, как предел длительной прочности.

2. На основе специально разработанных трехмерных конечных элементов создана уточненная математическая модель, позволяющая определить напряженно-деформированное состояние пера лопатки. При помощи данной математической модели возможно корректное моделирование влияния как вибрационных, так и тепловых нагрузок на НДС лопаток. Установлено, что в случае применения данной математической модели число итераций для достижения сходимости решения снижается на 10–16 % по сравнению с применением стандартных конечных элементов типа гексаэдр.

3. Сравнение полученных результатов с данными проведенного эксперимента

подтверждает их высокую достоверность и адекватность самой математической модели. Расхождение с результатами численного эксперимента при одних и тех же граничных условиях не превышает 10–12 %.

## Литература

1. Samaras C. Emissions and lifetime estimation modeling of industrial gas turbines. M. Sc. Progress Review, Cranfield University, UK, 2009. P. 30–35.
2. Transient state stress analysis on an axial flow gas turbine blades and disk using finite element procedure / Sukhvinder K. B., Shyamala Kumari M. L., Neelapu M. L., Kedarinath C. // Proceedings of the 4th WSEAS Int. Conf. on Heat Transfer, Thermal Engineering and Enviroment. Elounda, Greece, 2006. P. 323–330.
3. Structural and Thermal Analysis of Gas Turbine Blade by using FEM / Krishnakanth P. V., Narasa Raju G. et. al. // International Journal of Scientific Research Engineering and Technology. 2013 Vol. 2, Issue 2. P. 060–065.
4. Mrinaline M. Steady state structural analysis of single crystal turbine blade // International Journal of Engineering Research and Technology. 2016. Vol. V5, Issue 10. P. 382–384. doi: 10.17577/ijertv5is100314
5. Ugargol R., Narayanaswamy K. S., Sesha Kumar C. V. Life estimation of turbine blisk for a gas turbine engine // International Journal of Mechanical Engineering and Technology. 2017, Vol. 8, Issue 8. P. 393–399.
6. Unsteady forces acting on the rotor blades in the turbine stage in 3D viscous flow in nominal and off-design regimes / Rzakowski R., Gnesin V., Kolodyazhnaya L., Kubitz L. // Journal of Vibration Engineering, and Technologies. 2014. Vol. 2, Issue 2. P. 89–95.
7. Baqersad J., Niezrecki C., Avitabile P. Predicting full-field dynamic strain on a three-bladed wind turbine using three dimensional point tracking and expansion techniques // Sensors and Smart Structures Technologies for Civil, Mechanical, and Aerospace Systems 2014. 2014. doi: 10.1117/12.2046106
8. Theoretical and experimental stress-strain analysis of machining gas turbine engine parts made of the high energy structural efficiency alloy / Postnov V. V., Starovoitov S. V., Fomin S. Y., Basharov R. R. // Journal of Engineering Science and Technology Review. 2014. Vol. 7, Issue 5. P. 47–50.
9. Bitkina O., Kang K.-W., Lee J.-H. Experimental and theoretical analysis of the stress-strain state of anisotropic multilayer composite panels for wind turbine blade // Renewable Energy. 2015. Vol. 79. P. 219–226. doi: 10.1016/j.renene.2014.11.004
10. Костюк А. Г. Динамика и прочность турбомашин. М.: Машиностроение, 1982. 264 с.
11. Сосунов В. А., Чепкин В. М. Теория, расчет и проектирование авиационных двигателей и энергетических установок. М.: Моск. энерг. ин-т, 2003. 677 с.
12. Воробьев Ю. С. Колебания лопаточного аппарата турбомашин. К.: Наук. думка, 1988. 224 с.
13. Пыхалов А. А., Милов А. Е. Статический и динамический анализ сборных роторов турбомашин. Иркутск: Изд-во Иркут. техн. ун-та, 2007. 194 с.
14. Моргун С. А. Усовершенствование конечно-элементных моделей лопаточных конструкций // Вестник НТУ «ХПИ». Серия: Новые решения в современных технологиях. 2016. № 42 (1214). С. 86–91. doi: 10.20998/2413-4295.2016.42.14
15. Абрамович Г. Н. Прикладная газовая динамика. М.: Наука, 1991. 600 с.
16. Самарский А. А., Вабищевич П. Н. Вычислительная теплопередача. М.: Эдиториал, 2009. 784 с.
17. Каиров А. С., Моргун С. А. Экспериментальное исследование переменных вибронапряжений в рабочих лопатках турбомашин // Прогресивні технології і системи машинобудування. 2013. № 1 (45)-2 (46). С. 131–138.